



UNIVERSITY  
OF TAMPERE

# Matemaattisen ajattelun kehittyminen: lukukäsitteen synty

1

Jorma Joutsenlahti  
Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitos

LÄHTEET:

AINO MATTINEN (2006): HUOMIO LUKUMÄÄRIIN  
(TURUN YLIOPISTO SARJA C:247)

TILLY KAJETSKI & MINNA SALMINEN 2009:  
MATIKASTA MONEKSI  
(LASTEN KESKUS)

SUE GIFFORD (2008): "HOW DO YOU TEACH  
NURSERY CHILDREN MATHEMATICS?" TEOKSESSA  
I. THOMPSON TEACHING AND LEARNING EARLY  
NUMBER (LONDON: OPEN UNIVERSITY PRESS)

JORMA JOUTSENLAHTI: MATEMATIIKAN  
PERUSTEET -LUENNOT

# Vauvan matikkapää

3

- Vauvoilla on implisiittinen kyky erottaa pieniä lukumääriä tarkasti, mutta tämä tarkkuus vähenee lukumäärän kasvaessa
- Vauvat kykenevät erottamaan suurempia lukumääriä, mikäli lukumäärien välinen suhde on riittävän suuri (esim. Lukumäärät 8 ja 16 eli suhde 1:2)
- Vauvat kykenevät pienten lukumäärien alueella tunnistamaan lukumäärissä tapahtuvia muutoksia (Aino Mattinen 2006, s.21)

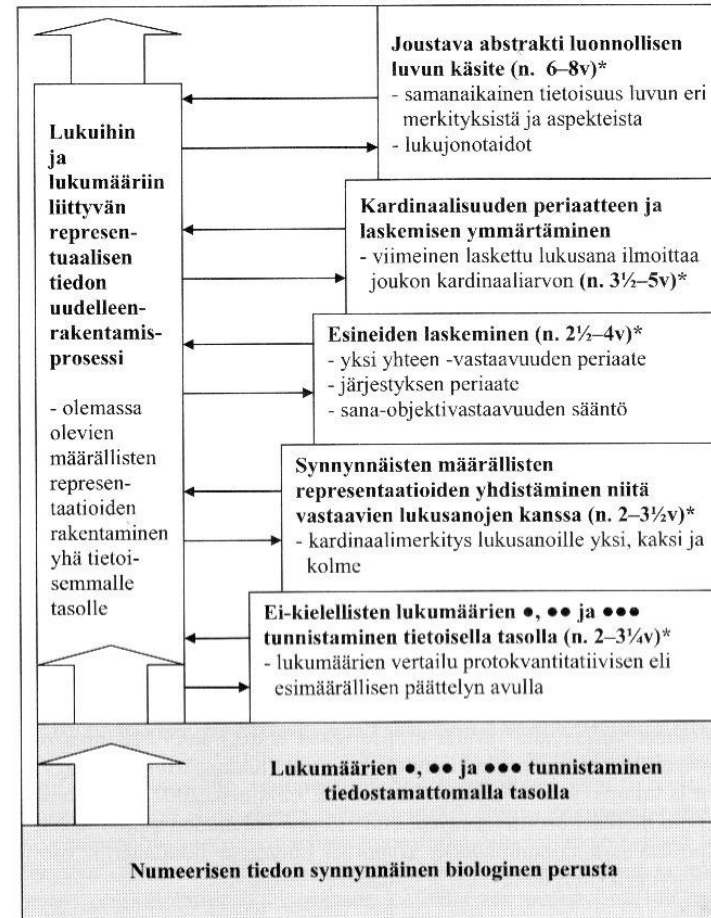
# Subitisaatio

4

- Havaintosysteemiin perustuvaa pienten lukumäärien nopeaa ja samanaikaisesti tapahtuvaa tunnistamista kutsutaan *subitisaatioksi*
- *Laskemisella* tarkoitetaan kognitiivisia prosesseja, joissa lukumäärien tunnistamisen reaktioaika kasvaa jyrkimmin
- Useimpien tutkijoiden mielestä taitekohta asettuu lukumäärän neljä (4) paikkeille (Mattila 2006, s. 38-39)

kentamaan synnynnäisen määrällisen ydintiedon pohjalta tietoista eksplisiittistä luvun representaatiota?

5



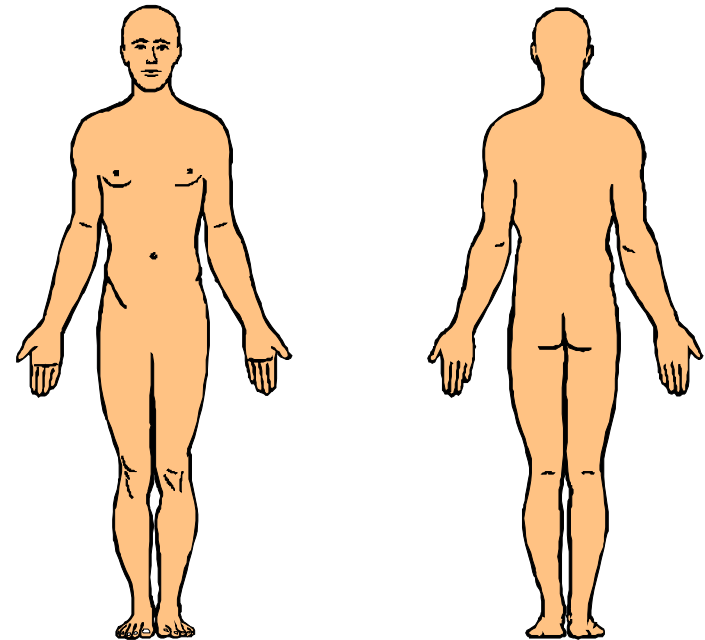
A. Mattila 2006, s. 33

\* ikäryhmittelyt perustuvat alan tutkimuskirjallisuudesta tehtyihin yhteenvetoihin ja niitä voidaan pitää vain viitteellisinä

Kuvio 1: Numeerisen tiedon ja taidon hierarkkinen rakentuminen

# Lukujen ja laskemisen historiaa

- ruumiinosat (kädet, jalat jne) pohjana useimmissa kulttuureissa laskemiselle
- kulttuurieroja mm. käsin laskemissa (esim 5:een lask. eurooppalaiset vs. japanilaiset)
- laskemisen pohjana vastaavuus-periaate (esim. kivi kulhoon lampaita laskiessa)
- em. kivet kertoivat paimenelle relaatiot  $<$ ,  $=$ ,  $>$  , mutta eivät lukumäärää (Huom: pieni kivi - calculus - calculate)



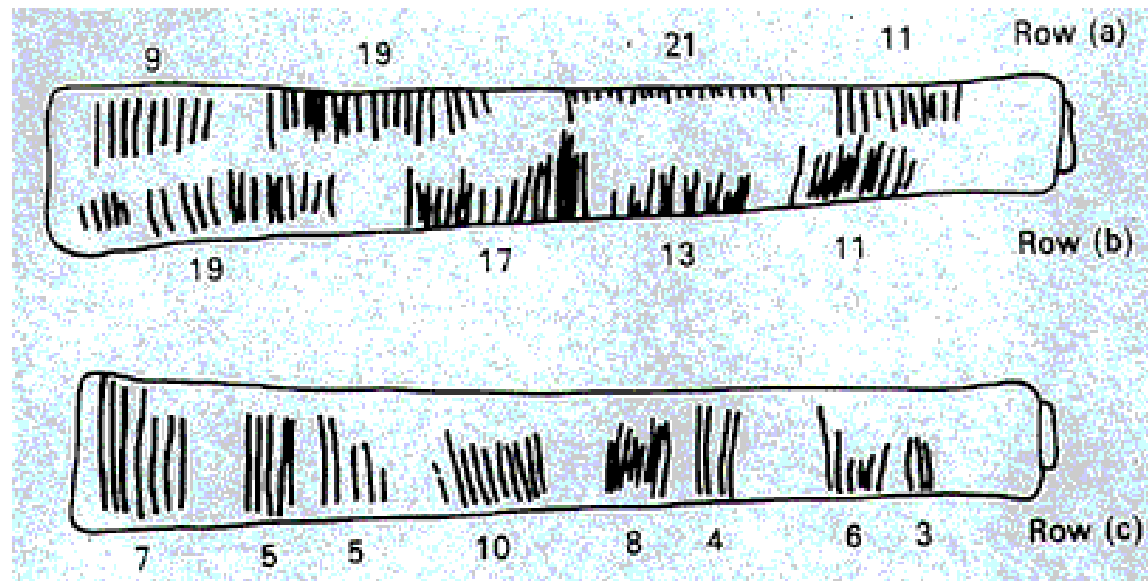
# Laskemisen esihistoriaa

7

- Afrikassa n. 35 000 eKr paviaanin reisiluu, jossa 29 uurrosta
- Euroopassa n. 30 000 vuotta vanha (vanh. kivikaudelta) suden luu: 57 uurrosta viiden ryhmiin(sormet!) jaettuna. Todiste systemaattisesta laskemisesta (kirjanpitoa saaliseläimistä?)
- Afrikassa n. 9000 eKr ns. Ishango-luu, jossa uurroksia 3 rivissä. Vastaavilla luvuilla ominaisuuksia, joissa viitteitä alkuluvuista, kahdella kertomisesta ja laskutoimituksista (rohkeita tulkintoja!!)

# Ishango-luu Afrikasta (9000 eKr)

8

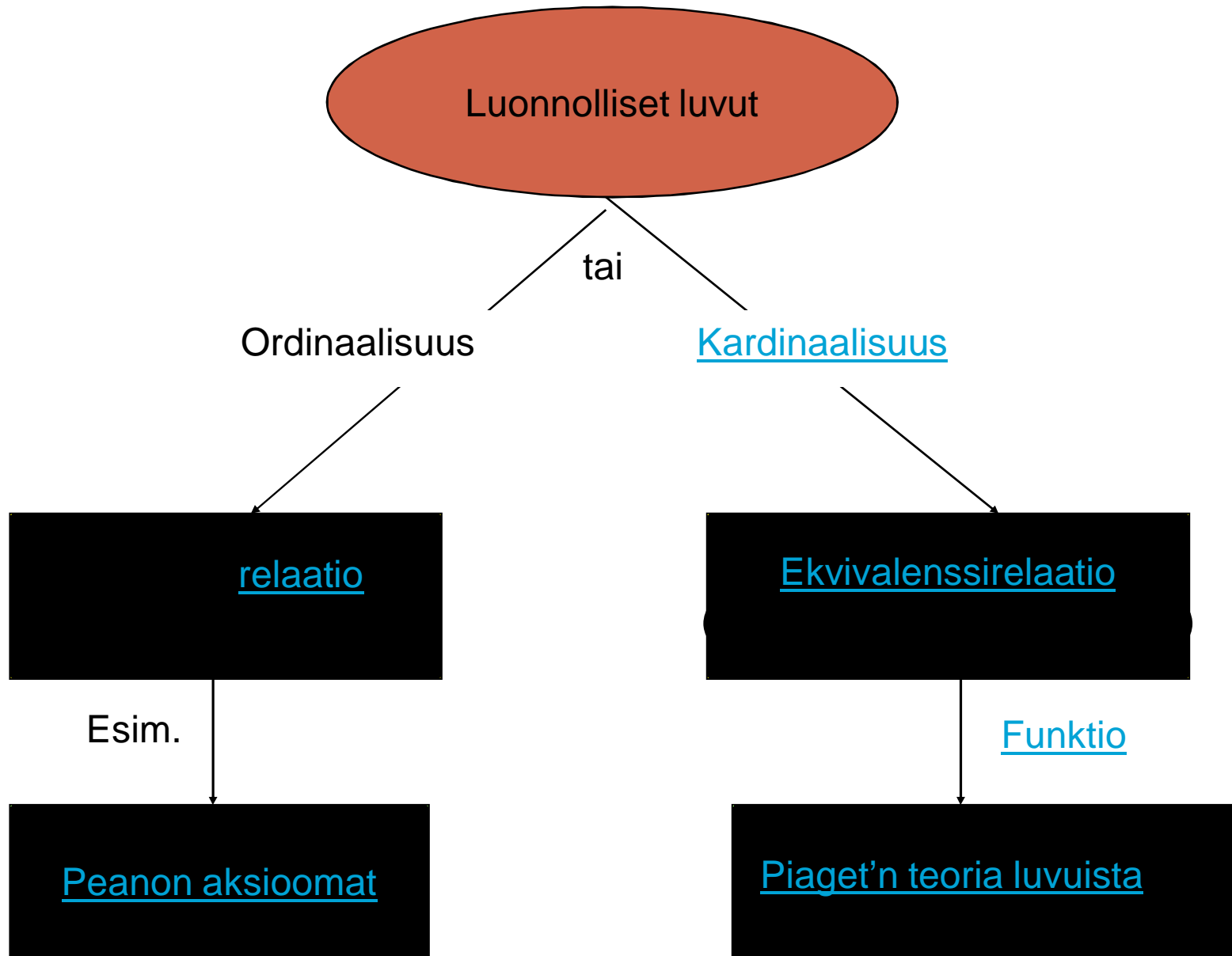




# Lukukäsite

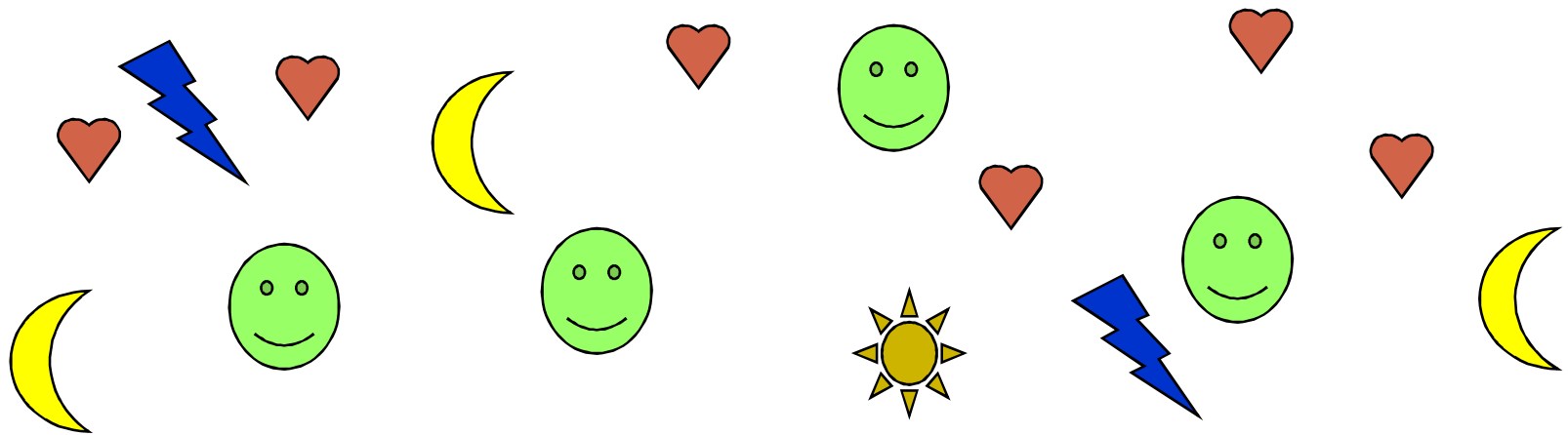
9

- Alkukantaiset heimot (esim. Australian aboriginaalit) tuntevat vain käsitteet *yksi, kaksi, monta* (vrt. latinan yli - trans - tres - kolme)
- aranda-aboriginaalit: ninta (yksi), tara (kaksi), ma (ja). Mitä tarkoittaa "tara ma ninta", entä "tara ma tara ma ninta" ? (kaksijärjestelmää! vrt. 11 on 10 ja 1)
- lukukäsite laajentui eri kulttuureissa neljään ja viiteen (vrt. sormet ja sormen välit)
- uudet luvut: esim. 9 - nine - new ja latinaksi novem-novus



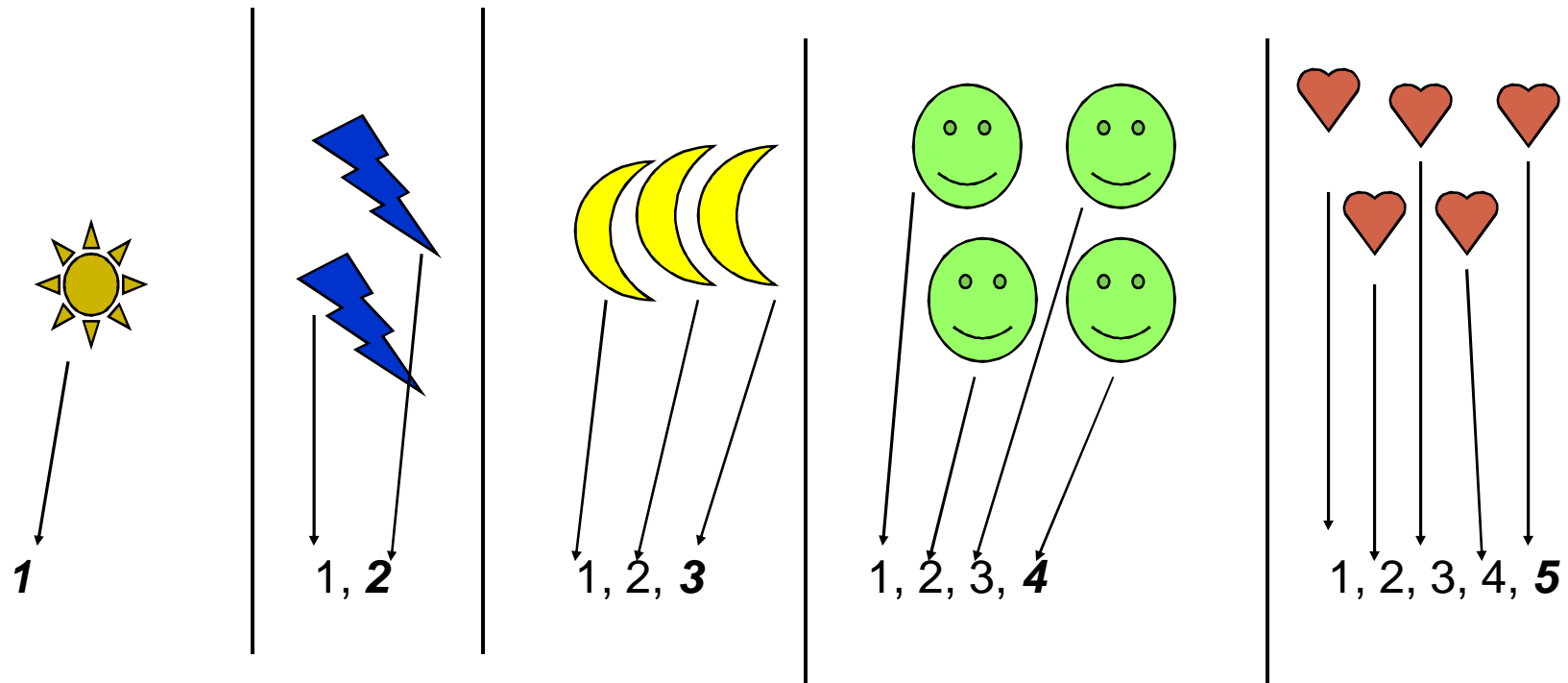
# "Yksi-yhteen"-vastaavuus

11



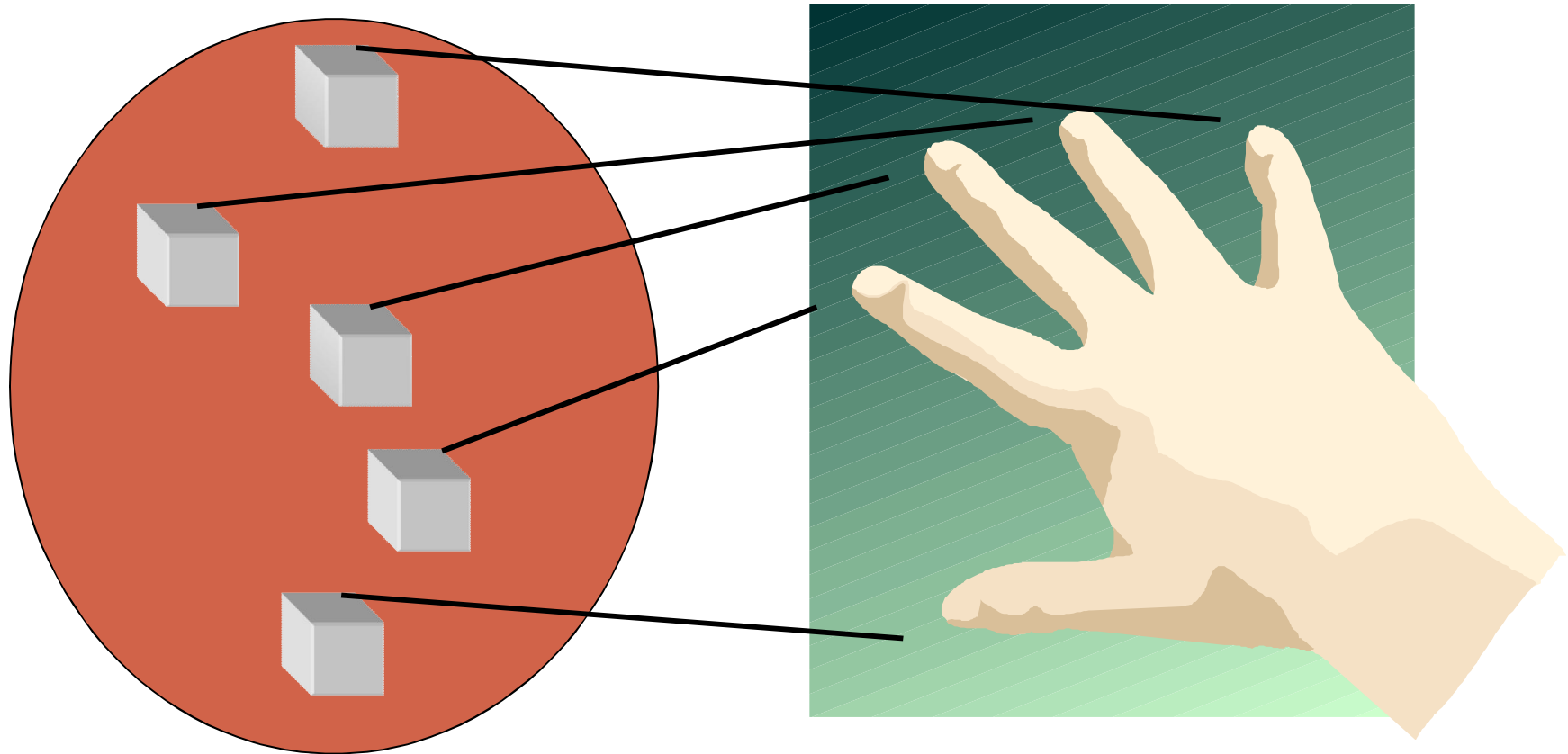
# "Yksi-yhteen" -vastaavuus

12



"yksi-yhteen" -relaatio on ekvivalenssirelaatio (yhtä monta kuin)

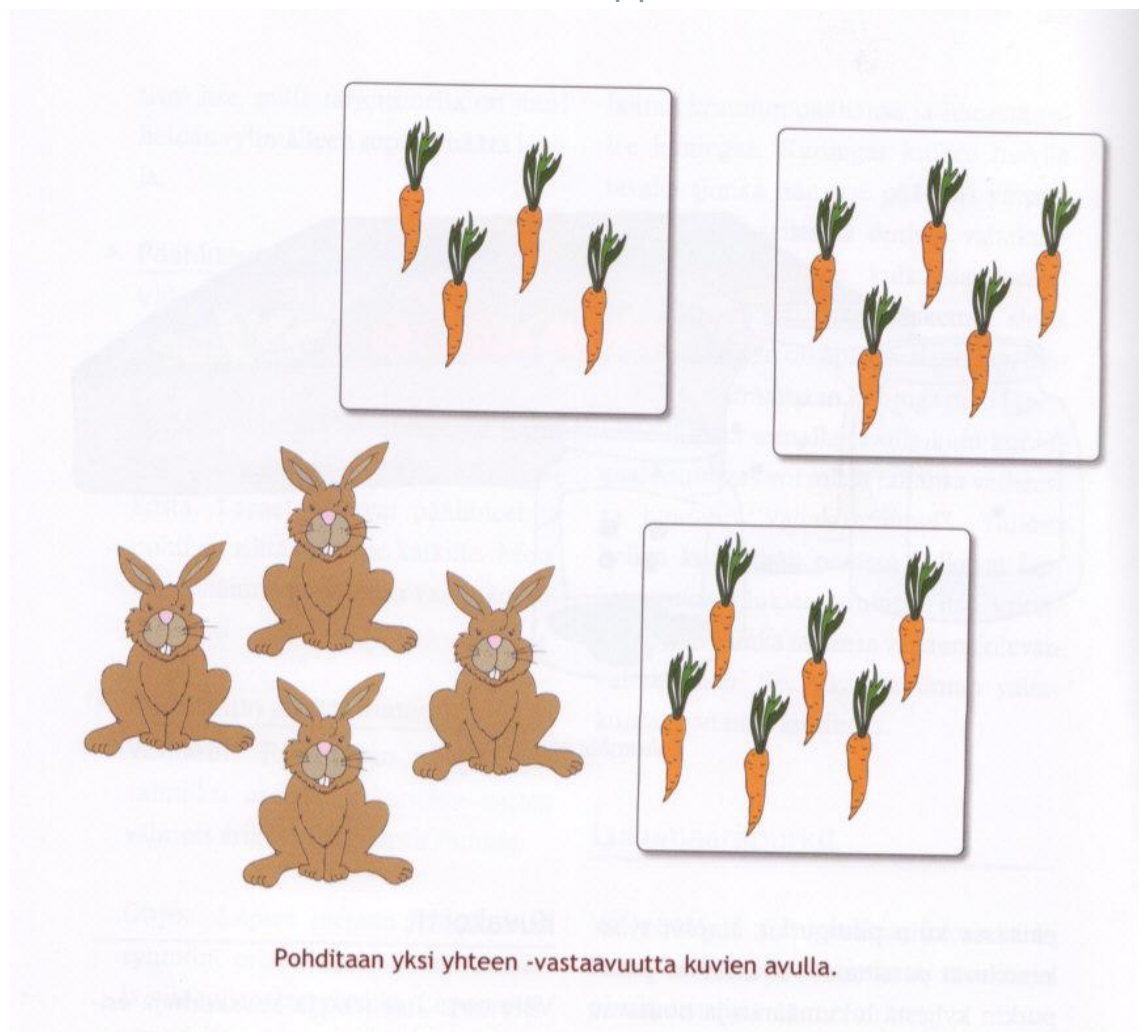
# Standardijoukko



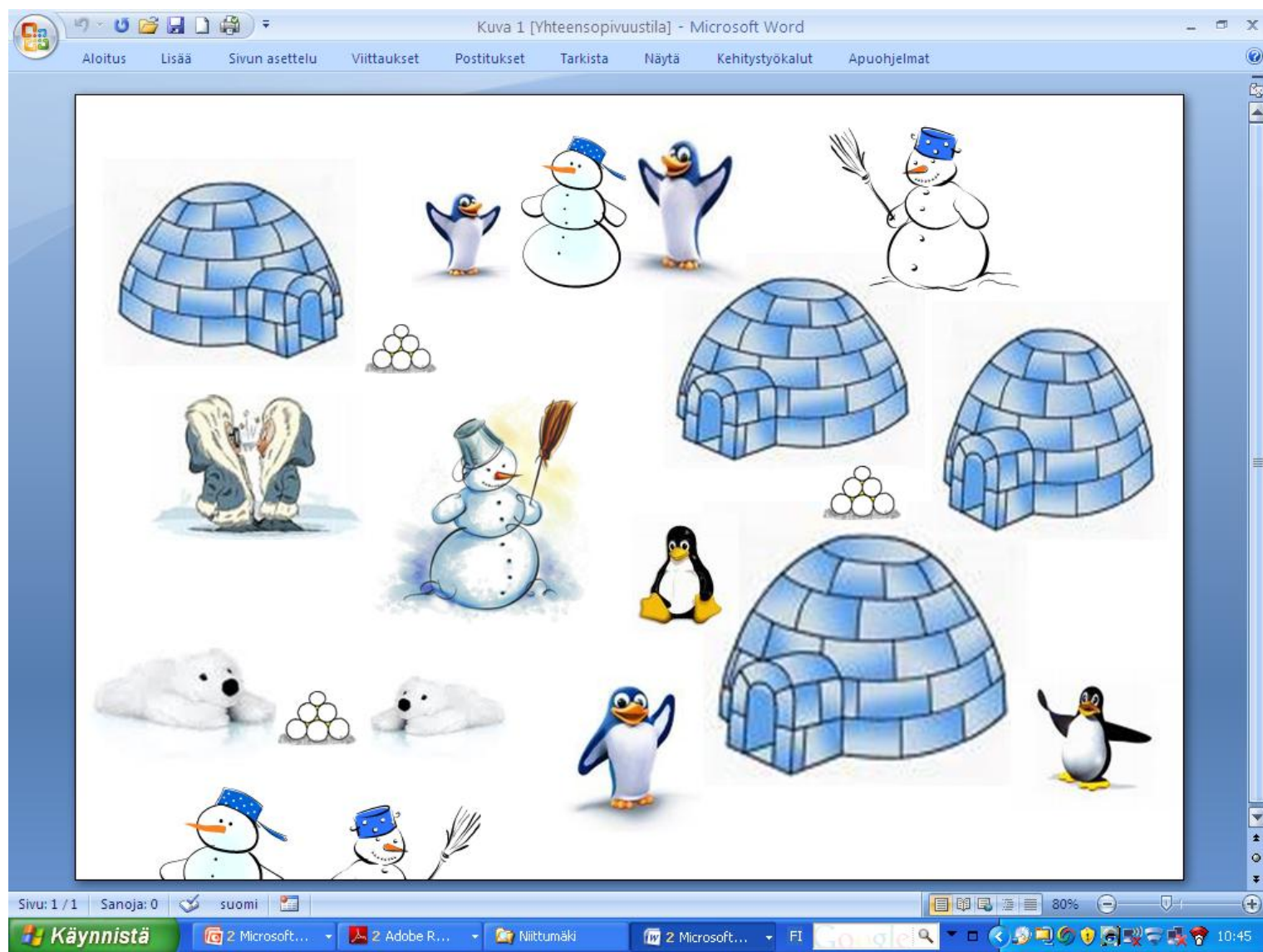
$\{1,2,3,4,5\}$

# Kajetski & Salminen (2009, s.42)

14



# Huomio lukumääriin (Sanna Niittumäki 2010)



# Kardinaaliluvut

16

- Kardinaaliluku vastaa kysymykseen: "Kuinka monta?"
- Ordinaaliluku vastaa kysymykseen: "Kuinka mones?"  
(esim. istumapaikkanro 36)
- em. lukujen historia erilainen (vrt. one-first, two-second, *three-third, four-fourth* ...)
- huom. digit (sormi tai yksinumeroinen luku)  
calculus (pieni kivi)





UNIVERSITY  
OF TAMPERE

17

**MITEN SAAN LAPSEN AJATTELUN  
NÄKYVÄKSI OPETTAJALLE, MUILE  
LAPSILLE JA HÄNELLE ITSELLEEN?**

# Kommunikaatio

18

- Latinan *communicare* "tehdä yleiseksi", "jakaa"
- Käsitteiden merkitysten rakentaminen ei ole luokassa kunkin oppilaan yksityinen oma prosessi, vaan luokan yhteinen prosessi. Kommunikoinnin avulla tietoa ei siirretä vaan rakennetaan yhdessä. (Sfard 2000, 2001)

# Kieli

Kielen avulla mm. (Orpana 1992)

- jäsennetään todellisuutta
- välitetään jäsennettyä tietoa muille
- tutkitaan ympäristöä
- otetaan asioista selvää
- vaikutetaan muihin

# Kieli

20

Kieli sisältää puhutun ja kirjoitetun kielen lisäksi kuvat, ilmeet, eleet sekä mm. matematiikan symbolikielen.

Kieli on mukana kognitiivisissa kehitysprosesseissa. Kieltä ja ajattelua ei voi erottaa toisistaan kouluikäisillä. (Vygotski)



Minkälainen on  
ajattelun ja kielen yhteys  
oppilaan matematiikan  
oppimisprosesseissa?



UNIVERSITY  
OF TAMPERE

**symbolisoi**

## Käsitteen sisältö

- assosiaatiot, uskomukset
- mielipiteet
- aikaisemmat tiedot
- havainnot



*viittaa*

## Käsitteen ilmaisu

- puhuttu tai kirjoitettu sana
- symbolit (mm. mat. kieli)
- piirroksset, eleet tms.

*esittää*

## Ulkoinen tarkoite

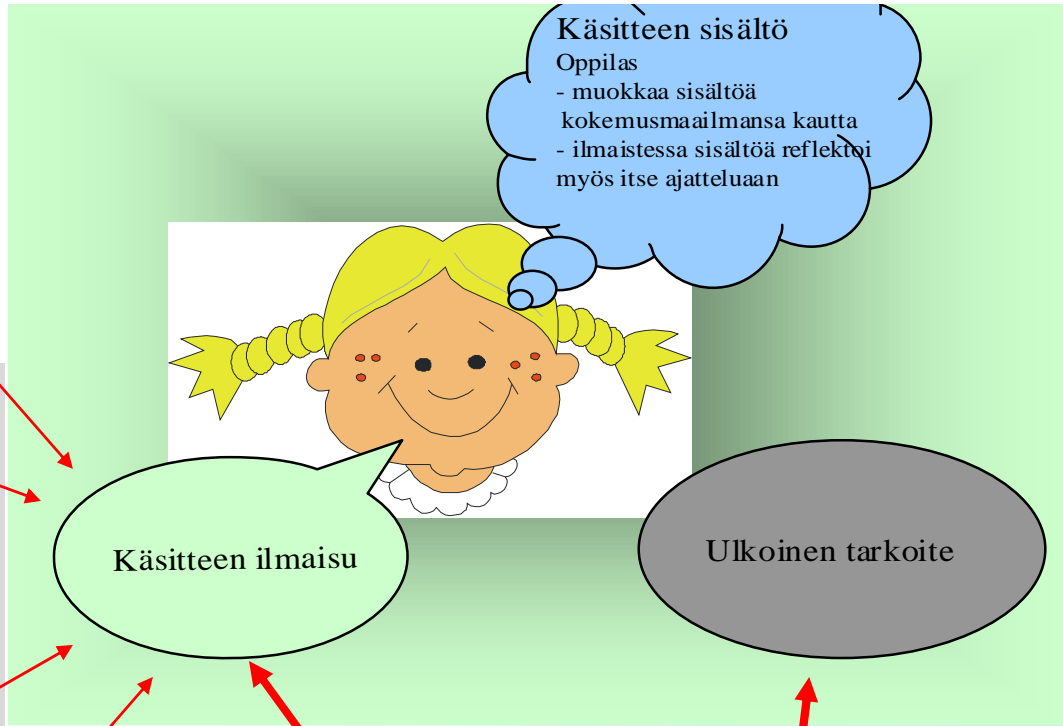
- toimintamateriaali
- esine, asia, ilmiö
- ominaisuus tms.



UNI  
OF J



**Muut oppilaat**  
arvioivat ja  
reflektioivat  
oppilastoverin  
ilmaisua ja  
samalla rakentavat  
itse käsitteen  
sisältöä



**Opettaja**  
- sallii oppilaan ilmaista  
käsitteen oppilaan omalla  
tavalla  
- arvioi sisältöä  
- ohjaa keskustelun ja  
opetusjärjestelyjen avulla  
sisällön muovautumista

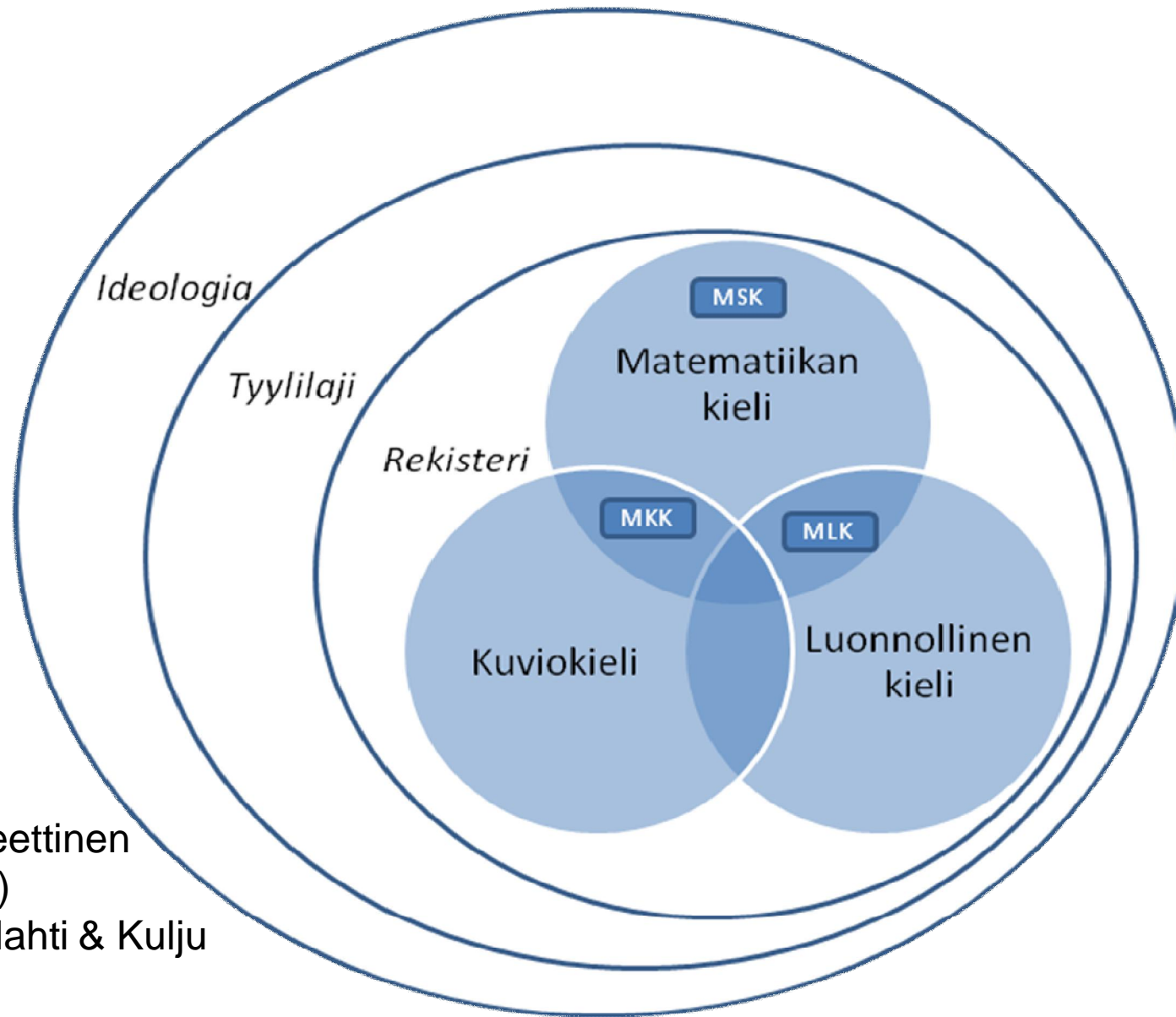


**Opettaja**  
suunnittelee  
tarkoituksenmukaiset  
opetusjärjestelyt  
(oppimateriaalit yms.)





UNIVERSITY  
OF TAMPERE



Kieliteoreettinen  
malli (SF)  
(Joutsenlahti & Kulju  
2010)





UNIVERSITY  
OF TAMPERE

# Matematiikan kielentämisessä oppilaita ohjataan

- I. Jäsentämään ja perustelemaan vastauksiaan sekä esittämään ratkaisujaan muille ("omin sanoin" puhumalla, kirjoittamalla etc.)
- Tällöin oppilas samalla jäsentää itselleen omaa ajatteluaan ja tekee sen näkyväksi muille



# Matematiikan kielentämisessä oppilaita ohjataan



- soveltavissa tehtävissä kirjoittamaan vihkoonsa oman ratkaisun kulkua kuvaavia ja perustelevia lauseita (väliotsikoita jne.) sekä selventäviä kuvioita
- Esittämisenäkökulma (dokumenttikamera)
- Teksti jäsentää esitystä ja ajattelua: oppilaan konseptuaalinen tieto vahvistuu
- opettaja , muut oppilaat ja esim. valtakunnallisen kokeen tarkastajat voivat seurata ratkaisijan ajattelua



Lusken ensin ostokset  
yhteensä:

Lippikset maksoivat  
yhteensä

$$3 \cdot 12\text{€} = 36\text{€}$$

Sukat maksoivat yh-  
teensä

$$3 \cdot 5\text{€} = 15\text{€}$$

Lippikset ja sukat ja  
solmio maksoivat  
yhteensä

$$\begin{array}{r} 36 \\ + 15 \\ \hline 51 \end{array}$$

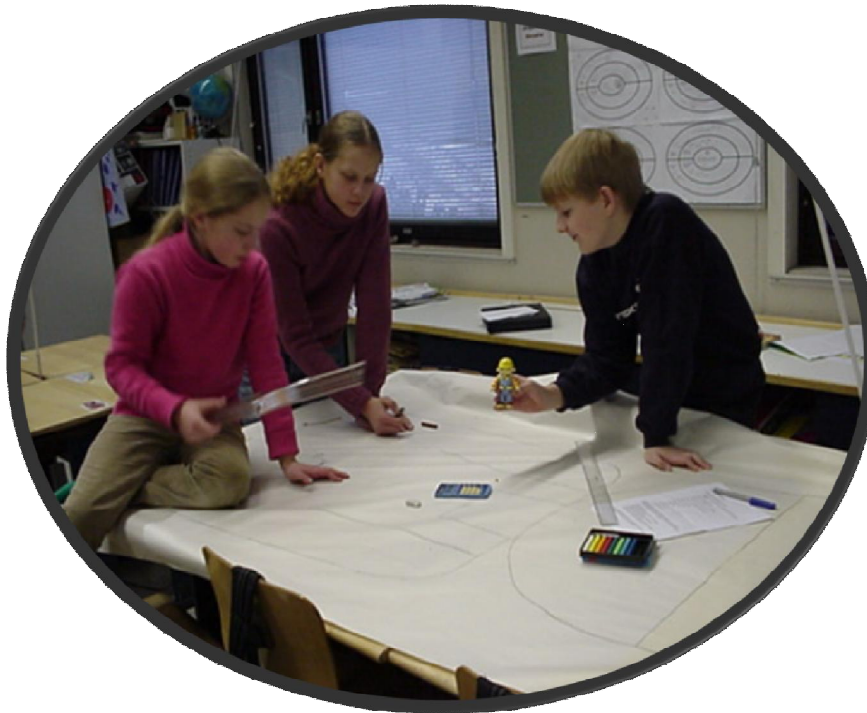
Vähennä ostosten yhi  
summana 100 eurosta  
joten isä saa takaisin

$$\begin{array}{r} 100 \\ - 67 \\ \hline 33\text{€} \end{array}$$

Tulos isä saa takaisin 33€



# Matematiikan kielentämisessä oppilaita ohjataan



- Perustelemaan muille omia ratkaisuja
- Keskustelemaan toisten oppilaiden ideoista, ratkaisuista jne.
- ohjaa täsmälliseen ilmaisuun, sosiaalinen interaktio, yhteistoiminnallisuus

# Muutoskielennyksiä





# Kiitos mielenkiinnosta!

Esitys :

[www.Joutsenlahti.net](http://www.Joutsenlahti.net)

Email:

Jorma.Joutsenlahti@uta.fi

